

MAT203 ANALITİK GEOMETRİ ARASINAV CEVAP ANAHTARI

Soru 1. $P(2, \frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{4})$ $\xrightarrow[\text{Karsılığı}]{\text{Kartzyen}}$ $P'(x, y, z)$

\downarrow \downarrow \downarrow
 r α β

$$x = r \cos \alpha \sin \beta \Rightarrow x = 2 \cdot \cos \frac{\pi}{3} \cdot \sin \frac{\pi}{4} = 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$y = r \sin \alpha \sin \beta \Rightarrow y = 2 \cdot \sin \frac{\pi}{3} \cdot \sin \frac{\pi}{4} = 2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{6}}{2}$$

$$z = r \cos \beta \Rightarrow z = 2 \cdot \cos \frac{\pi}{4} = 2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2}$$

$$P' \left(\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{6}}{2}, \sqrt{2} \right)$$

Şekilde elde edilir

Soru 2. d_1 doğrusunun doğrultmen $\vec{u}_1 = (3, 2, -5)$ dir.

d doğrusunun doğrultmen $\vec{u} = (a, b, c)$ olsun

$d \perp d_1$ olduğunda $\vec{u}_1 \perp \vec{u}$ dir. O halde $\boxed{3a + 2b - 5c = 0}$ (1) elde edilir.

$d \dots \frac{x-1}{a} = \frac{y-0}{b} = \frac{z-2}{c}$ şeklinde yazalım.

d ile d_1 doğrusunun kesime şartını yazalım. $A=0$ için $B=(1, -1, 3) \in d_1$ alalım.

$$\vec{AB} = B - A = (1, -1, 3) - (1, 0, 2) = (0, -1, 1)$$

$$\det(\vec{u}, \vec{u}_1, \vec{AB}) = \begin{vmatrix} a & b & c \\ 3 & 2 & -5 \\ 0 & -1 & 1 \end{vmatrix} = 0 \text{ olması} \Rightarrow 2a - 3c - 5a - 3b = 0$$

$$3a + 3b + 2c = 0$$

$$\boxed{a + b + c = 0} \dots (2)$$

(1) ve (2) den

$$\left. \begin{array}{l} 3a + 2b - 5c = 0 \\ a + b + c = 0 \end{array} \right\} \text{ Bu iki denklemde}$$

$$\begin{array}{l} a = 7 \\ b = -8 \\ c = 1 \end{array}$$

elde edilir O halde

$$\vec{u} = (7, -8, 1) \text{ olur}$$

d doğrusunu yazalım.

$$\frac{x-1}{7} = \frac{y}{-8} = \frac{z-2}{1} = \lambda \text{ bulunur.}$$

Soru 3:
$$\begin{array}{r} x+y-1=0 \\ -x+y-1=0 \\ \hline \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{r} x+y-1=0 \\ -x+y-1=0 \\ \hline \end{array}} \right\} \begin{array}{l} \text{ortak noktayı bulmak için} \\ \text{iki denklemi ortak gördüm.} \end{array}$$

$$2y-2=0$$
$$\boxed{y=1}$$
$$\boxed{x=0}$$

} ortak nokta (0,1)

Doğrultmanı (2,2) ve noktası (0,1)

O halde doğrunun denklemi

$$\frac{x-0}{2} = \frac{y-1}{2} \Rightarrow 2x = 2y-2$$

$$\boxed{x-y+1=0} \quad \text{elde edilir}$$

Soru 4: d_1 doğrusunun doğrultmanı $\vec{u}_1 = (3, a, -2)$ } bir noktada kesişmeleri için
 d_2 doğrusunun doğrultmanı $\vec{u}_2 = (-1, 4, 0)$ }
 $\det(\vec{u}_1, \vec{u}_2, \vec{AB}) = 0$
olmalı

$$A = (-2, 2, -1) \in d_1$$

$$B = (-1, 5, 1) \in d_2$$

$$\Rightarrow \vec{AB} = B - A = (1, 3, 2)$$

$$\det(\vec{u}_1, \vec{u}_2, \vec{AB}) = \begin{vmatrix} 3 & a & -2 \\ -1 & 4 & 0 \\ 1 & 3 & 2 \end{vmatrix} = 38 + 2a = 0$$

$a = -19$

Soru 5: d_1 doğrusunu doğrultması $\vec{u}_1 = (n, 1, 2)$

d_2 doğrusunu doğrultması $\vec{u}_2 = (3, 2m, 1)$

$d_1 \parallel d_2 \Rightarrow \vec{u}_1 \parallel \vec{u}_2$ olmalıdır

$\vec{u}_1 \parallel \vec{u}_2 \Rightarrow \vec{u}_1 = c \vec{u}_2$ olacak şekilde $\exists c \in \mathbb{R}$ vardır

$$(n, 1, 2) = c(3, 2m, 1)$$

$$\begin{array}{l} n = 3c \\ 2 = c \end{array} \Rightarrow n = 3 \cdot 2 \Rightarrow \boxed{n = 6}$$

$$1 = 2mc \Rightarrow 1 = 2m \cdot 2$$

$$\boxed{m = \frac{1}{4}}$$

Ortalda $m = \frac{1}{4}$, $n = 6$
olmalıdır